20. ULUSAL MEKANİK KONGRESİ
05 - 09 Eylül 2017, Uludağ Üniversitesi, Bursa

MİKRO ÖLÇEKTEKİ BİR KONSOL KİRİŞİN DEĞİŞTİRİLMİŞ GERİLME ÇİFTİ TEORİSİNE GÖRE LAPLACE DÖNÜŞÜMÜYLE EĞİLME ANALİZİ

Mustafa Özgür Yaylı[1]
[1] İnşaat Mühendisliği Mühendislik Fakültesi-Uludağ Üniversitesi, Bursa

ABSTRACT

In this work, the governing differential equation is presented for uniform loaded microbeam using modified couple stress theory and Euler Bernoulli beam theory. At first, governing differential equation is given with modified couple stress theory. Recently, several higher order elasticity theories have been used to analyze nano or micro structural members. In this work modified couple stress theory is prefered to analyze. Applying Laplace transform to governing differantial equation, a classical equation is derived. Then applying inverse Laplace transform to this equation, a closed form of solution is calculated.

ÖZET

Bu çalışmada, değiştirilmiş gerilme çifti yöntemi ve Euler Bernoulli kiriş teorisi kullanılarak düzgün yayılı yüklenmiş bir mikro kirişin çökme denklemi elde edilmiştir. İlk olarak literatürde bulunan değiştirilmiş gerilme çifti formülasyonuna göre problem yöneten denklem kurulmuştur. Bilindiği gibi son yıllarda nano ve mikro ölçekteki yapıların analizi için birçok yüksek mertebeden elastisite teorileri kullanılmaya başlanılmıştır. Bunlardan literatürde çokça çalışmaya konu olmuş olan değiştirilmiş gerilme çifti yöntemi bu çalışmaya temel alınmıştır. Problemi yöneten denkleme Laplace dönüşümü uygulanarak ikinci dereceden diferansiyel denklem klasik temel denkleme dönüştürülmüştür. Bilinen başlangıç koşulları denklemde yerine yazılmış ve ters Laplace dönüşümü alınarak kapalı çözüm bulunmuştur.

GİRİŞ

Mikro ve nano ölçekteki yapılar son yıllarda özellikle birçok uygulamalı sektörde yerini almaya başlamıştır. Bu yapılar birçok alanda kullanılmaya başlanmış olsa da özellikle ilaç, mühendislik ve elektronik alanlarında büyük önem taşımaktadır. Bu malzemelerin bilindiği gibi üstün mekanik ve fiziksel özellikleri vardır. Bu nedenle gelecekte nanoteknoloji konusunun daha büyük önem kazanacağı açıktır. Klasik elastisite teorisi nano ölçekteki yapıların mekanik hesaplarında düzgün sonuçlar vermemektedir. Bunun nedeni ise nano ve mikro ölçekte boyut etkisinin önem kazanması ve klasik elastisite teorisinin bu etkileri göz önüne almaması olarak gösterilebilir.

Eringen [1] 1970’ li yıllarda yerel olmayan elastisite teorisini öne sürmüştür. Bu teoride bir noktadaki gerilme sadece o noktadaki şekil değişimlerine bağlı olmayıp; söz konusunu noktanın komşusundaki noktalarda bağlı olarak ifade edilmektedir. Bu teoriden sonra son yıllarda küçük boyut etkisini dikkate alan yüksek mertebeden birçok elastisite teorileri geliştirilmiştir. Bu teorilerden bazıları değiştirilmiş şekil değiştirme değişimi, yerel olmayan elastisite, değiştirilmiş gerilme çifti teorileri sayılabilir. Yerel olmayan elastisite teorisi kiriş tipi yapılarda [2-4] ve plak tipi yapılarda [5-7] sıklıkla kullanılmaktadır. Yerel olmayan elastisite teorisine göre son yıllarda birçok akademik çalışma yapılmıştır. Bunlardan bazıları [8-13].

Bu çalışmada değiştirilmiş gerilme çifti ve Laplace dönüşümü kullanılarak düzgün yayılı yüklü bir konsol kirişin statik yer değiştirme eğrisi hesaplanmıştır.

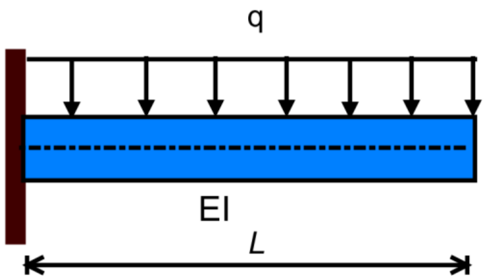
ALAN DENKLEMLERİ ve FORMÜLASYON

Değiştirilmiş gerilme çifti teorisine göre eğilmeyi yöneten denklem aşağıda verilmiştir.

$$(EI+\mu A l_2^2)\frac{d^2 v}{dx^2}=M[x], \tag{1}$$

$$\mu=\frac{E}{2(1+\upsilon)}, \tag{2}$$

Burada EI eğilme rijitliği, ν poisson oranını, A en kesit alanı ve M eğilme momentini ifade etmektedir.



Şekil 1: Düzgün yayılı yüklenmiş ankastre kiriş.

Şekil 1’ den eğilme momenti hesaplanırsa;

$$M[x]=qLx-\frac{qx^2}{2}-\frac{qL^2}{2}, \tag{3}$$

(3) denklemi (1) denkleminde yerine yazılırsa;

$$(EI+\mu A l_2^2)\frac{d^2 w}{dx^2}=qLx-\frac{qx^2}{2}-\frac{qL^2}{2}, \tag{4}$$

bulunur. Her iki tarafında Laplace dönüşümü alınırsa;

$$(EI+A\mu l_2^2)(sv[0]+s^2v[S]-v'[0])=-\frac{q}{s^3}+\frac{Lq}{s^2}-\frac{L^2q}{2s}, \tag{5}$$

bulunur. Ankastre mesnet için aşağıdaki başlangıç koşulları geçerlidir.

$$v[o] = 0, \tag{6}$$

$$v'[o] = 0, \tag{7}$$

(5) denklemi en genel halde aşağıdaki gibi yazılabilir.

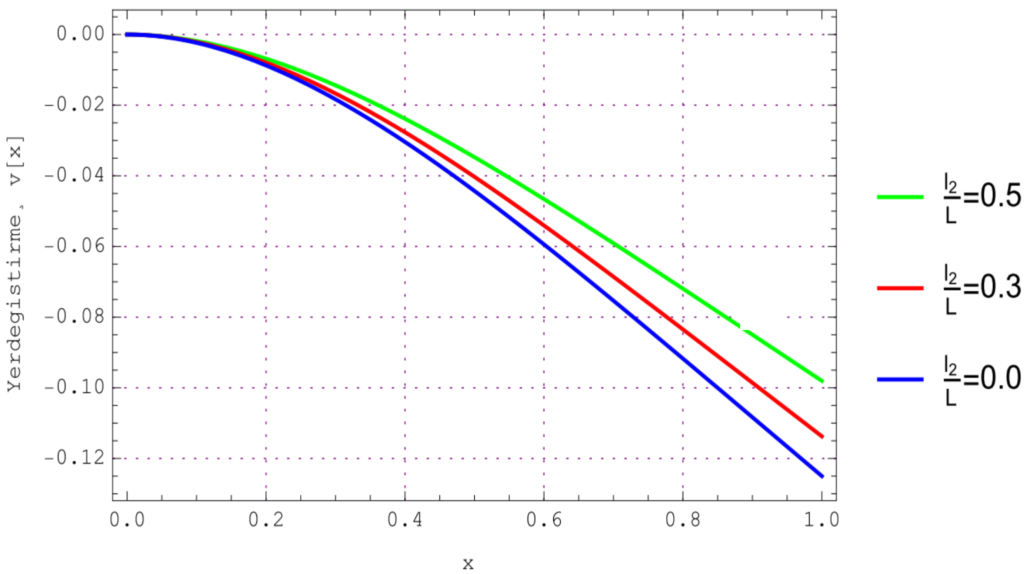
$$v[S] = \frac{-q\,(2 + L\,s\,(-2 + L\,s)) + 2\,EI\,s^3\,(s\,v[0] + v'[0]) + 2\,A\,s^3\,\mu\,l_2^2(sv[0] + v'[0])}{2s^5(EI + A\mu l_2^2)}, \tag{8}$$

(8) denkleminde (6) ve (7) başlangıç koşulları göz önüne alınıp; ters Laplace dönüşümü uygulanırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$v[x] = -\frac{qx^2(6L^2 - 4Lx + x^2)}{24(EI + A\mu l_2^2)}, \tag{9}$$

SAYISAL SONUÇLAR

Bu bölümde (9) denklemiyle elde edilmiş olan çökme eğrisi hakkında tartışılmıştır. Klasik elastisite ve değiştirilmiş gerilme çifti teorisine göre elde edilmiş olan sayısal sonuçlar karşılaştırılmıştır. Şekil 1' de elde edilen sonuçlar birim değerler için elde edilmiştir. (EI=1;A=1). µ =1.1 olarak alınmıştır. Aşağıdaki grafikten görüleceği gibi değiştirilmiş gerilme çifti teorisi ile elde edilen sonuçlar klasik elastisite sonuçlarına göre daha küçüktür.



Şekil 1. Farklı boyut parametreleri için elde edilmiş sonuçlar

.

SONUÇLAR

Elde edilen sonuçlardan görüleceği gibi değiştirilmiş gerilme çifti teorisinin sistemi güçlendirdiği ortaya çıkmıştır. Sonuçlar literatürde elde edilmiş sonuçlar ile uyum göstermektedir.

KAYNAKLAR

[1] A. C. Eringen, Nonlocal polar elastic continua. *International Journal of Engineering Science* 10 (1972) 1-16.

[2] M. Aydogdu, A general nonlocal beam theory: its application to nanobeam bending, buckling and vibration, *Physica E* 41 (2009) 1651-1655.

[3] T. Liu, M. Hai, M. Zhao, Delaminating buckling model based on nonlocal Timoshenko beam theory for microwedge indentation of a film/substrate system, *Eng. Fract. Mech*. 75 (2008) 4909-4919.

[4] J.N. Reddy, Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams, *Int. J. Eng. Sci*., 45 (2007) 288-307.

[5] Narendar, S., Buckling analysis of micro-/nano-scale plates based on two variable refined plate theory incorporating nonlocal scale effects *Compos. Struct.*, 93 (2011) 3093-3103.

[6] S.C. Pradhan, , J. K.Phadikar, Nonlocal elasticity theory for vibration of nanoplates. *J. Sound Vib*., 325 (2009) 206-223.

[7] L. Shen, H. S. Shen, C.L., Zhang, Nonlocal plate model for nonlinear vibration of single layer graphene sheets in thermal environments, *Comput. Mater. Sci*., (2010) 48, 680-685.

[8] K. Mercan, Ö. Civalek, Buckling Analysis of Silicon Carbide Nanotubes (SiCNTs). *Int J Eng Appl Sci*, 8(2) (2016) 101-108.

[9] K. Mercan, Ç. Demir, B. Akgöz, Ö. Civalek, Coordinate Transformation for Sector and Annular Sector Shaped Graphene Sheets on Silicone Matrix. *Int J Eng Appl Sci*, 7(2) (2015) 56-73.

[10] K. Mercan, Ö. Civalek, DSC method for buckling analysis of boron nitride nanotube (BNNT) surrounded by an elastic matrix. *Compos Struct*, 143 (2016) 300-309.

[11] M. Gürses, B. Akgöz, Ö. Civalek, Mathematical modeling of vibration problem of nano-sized annular sector plates using the nonlocal continuum theory via eight-node discrete singular convolution transformation. *Appl Math Comput*, 219 (2012) 3226–3240.

[12] M. Ö. Yayli, Buckling Analysis of a Rotationally Restrained Single Walled Carbon Nanotube Embedded In An Elastic Medium Using Nonlocal Elasticity, *Int J Eng Appl Sci*, 8(2) (2016) 40-50.

[13] M. Ö. Yayli, An Analytical Solution for Free Vibrations of A Cantilever Nanobeam with A Spring Mass System, *Int J Eng Appl Sci*, 7(4) (2016) 10-18.